Exercice 1 *(10 points)*

On a testé les durées de vie de deux ampoules différentes.
1000 ampoules de type A ont été testées et 700 du type B.

Durée de vie	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800
effectif A	90	97	100	110	130	107	105	100	72	28	33	17	9	2
effectif cumulé A	90	187	287	397	527	634	739	839	911	939	972	989	998	1000
effectif B	72	70	68	70	68	62	57	53	50	46	40	23	13	8

1. Il faut saisir les durées dans la liste 1 puis les effectifs correspondants aux deux types d'ampoules dans les listes 2 et 3.

Paramétrer ensuite la calculatrice : 1VARX : LIST1 et 1VARF : LIST2

On obtient alors : $\overline{x_A} \simeq 949$ heures

et $\sigma_A \simeq 294$

Pour les ampoules de type B, on recommence en effectuant le paramétrage correspondant, à savoir : 1VARX : LIST1 et 1VARF : LIST3

On obtient alors : $\overline{x_B} \simeq 991$ heures

et $\sigma_B \simeq 344$

Commenter ces deux résultats.

La durée de vie moyenne des ampoules de type B est supérieure de 46 heures à celles du groupe A mais on peut aussi dire que la durée de vie des ampoules de type B est plus "dispersée" par rapport à la moyenne.

2. On cherche le nombre d'ampoules de type A dont la durée de vie est comprise entre $[\overline{x_A} - \sigma_A ; \overline{x_A} + \sigma_A]$ soit $[650; 1240]$

Il y a 652 (100+110+130+107+105+100) ampoules répondant à ce critère soit $\dfrac{652}{1000} \times 100 = 66,2\%$ des ampoules de type A.

On cherche le nombre d'ampoules de type B dont la durée de vie est comprise entre $[\overline{x_B} - \sigma_B ; \overline{x_B} + \sigma_B]$ soit $[655; 1243]$

Il y a 428 ampoules répondant à ce critère soit $\dfrac{428}{700} \times 100 \simeq 61,2\%$ des ampoules de type B.

3. Compléter les deux lignes des effectifs cumulés croissants pour chaque type d'ampoule.

Déterminer la médiane, les premiers et troisième quartiles en justifiant les résultats.

Les ampoules sont classées par ordre croissant de durée de vie.

La médiane correspond à la durée de vie de la $500^{\text{ième}}$ ampoule soit Med=900 heures.

Le premier quartile correspond à la durée de vie de la $250^{\text{ième}}$ ampoule soit $Q_1 = 700$ heures.

Le troisième quartile correspond à la durée de vie de la $750^{\text{ième}}$ ampoule soit $Q_3 = 1200$ heures.

4. Le constructeur des ampoules de type A affirme que "plus de 75% de ses ampoules durent 700 heures ou plus".

La somme des effectifs correspondant à une durée de vie supérieure ou égale à 700 heures est de $1000-187 = 813$ soit $\dfrac{813}{1000} \times 100 = 81,3\%$ des ampoules donc l'affirmation est vraie.

Exercice 2 *(10 points)*

On donne dans le tableau suivant, les salaires annuels en milliers d'euros en Ile-de-France sur un groupe de 10 000 personnes :

salaire	[9 ;10[	[10 ;11[	[11 ;15[	[15 ;20[	[20 ;25[	[25 ;30[	[30 ;40[	[40 ;50]
effectif	50	50	50	256	244	125	125	100
effectifs cumulés croissants	50	100	150	406	650	775	900	1000

1. Moyenne avec les centres des classes :

$$\overline{x} = \frac{9,5 \times 50 + 10,5 \times 50 + 13 \times 50 + 17,5 \times 256 + 22,5 \times 244 + 27,5 \times 125 + 35 \times 125 + 45 \times 100}{1000} \simeq 24$$

Le salaire moyen annuel en ILe-de-France est de 24 milliers d'euros environ.

2. Compléter la troisième ligne du tableau (effectifs cumulés croissants).

3. Dresser le diagramme des effectifs cumulés croissants dans le repère ci-dessous (ne pas oublier la légende sur chacun des axes).

Rappel de la signification des effectifs cumulés croissants : Par exemple l'effectif cumulé croissant 150 pour l'intervalle $[11;15[$ signifie que 150 personnes gagnent moins de 15 milliers d'euros annuellement. Il faut donc placer le point de coordonnées (15 ;150)

voir graphique

4. Graphiquement (tracés en rouge) :

$D_1 = 11$

$Q_1 = 17$

$Q_3 = 29$

et $D_9 = 40$

5. La médiane m appartient à la classe $[20;25[$.

On note $A(20;406)$ et $B(25;650)$ et $M(m;500)$

On a $M \in (AB)$

donc $\vec{AM}$ et $\vec{AB}$ colinéaires.

$\vec{AM}(m-20;94)$ et $\vec{AB}(5;244)$

On a donc :

$x_{\vec{AM}} \times y_{\vec{AB}} - y_{\vec{AM}} \times x_{\vec{AB}} = 0$

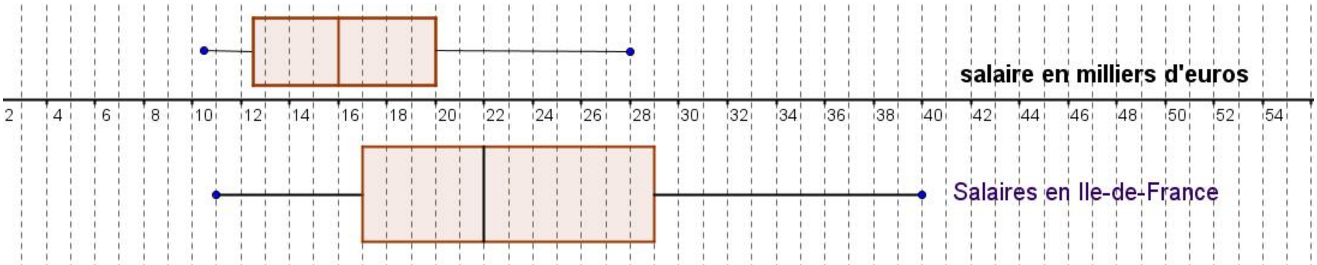
$\iff (m-20) \times 244 - 94 \times 5 = 0$

$\iff 244(m-20) = 470$

$\iff m = \dfrac{470}{244} + 20$

donc $m \simeq 21,9$

6. .



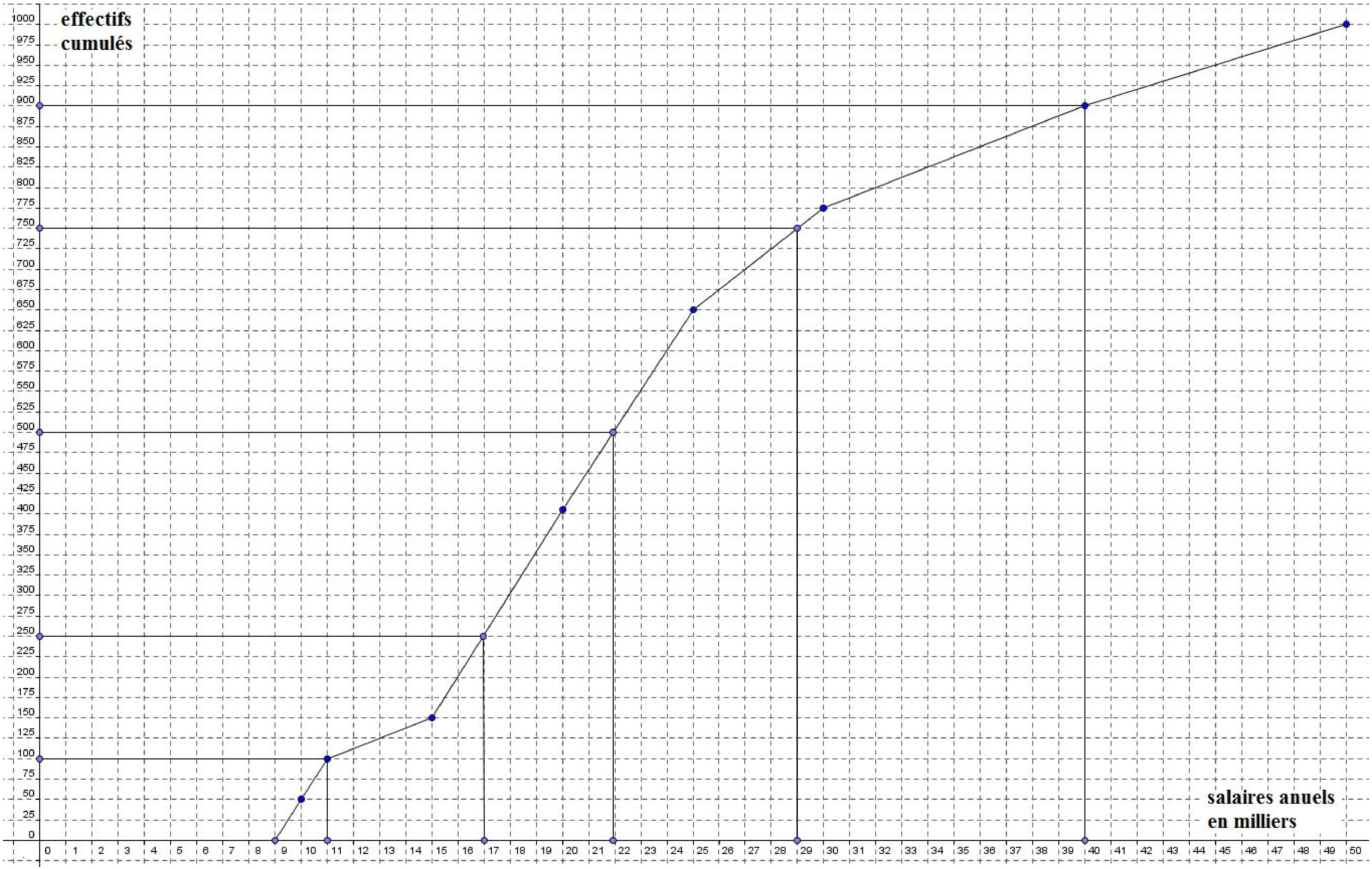
7. Donner l'écart inter-quartile pour chacune des deux séries de données.

Pour l'Ile-de-France : $Q_3 - Q_1 = 29 - 17 = 12$ (milliers d'euros)

Pour la province, on lit sur le graphique $Q'_3 - Q'_1 = 20 - 12,5 = 7,5$ (milliers d'euros)

On observe que les salaires sont beaucoup plus élevés en Ile-de-France mais aussi qu'ils sont beaucoup moins "homogènes" dans leur répartition.

En effet, l'écart inter-quartile (longueur de la boîte sur le diagramme) notamment est beaucoup plus important pour l'Ile-de-France.


effectifs
cumulés
salaires anuels
en milliers
1000
975
950
925
900
875
850
825
800
775
750
725
700
675
650
625
600
575
550
525
500
475
450
425
400
375
350
325
300
275
250
225
200
175
150
125
100
75
50
25
0
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50