Exercice 1 (*14 points*)

Dans un repère orthonormé, on donne les points $R(3;-2)$ et $T(-1;2)$

1. Placer ces trois points et tracer la droite d_1 d'équation $x-2y+2=0$ en justifiant le tracé.

☛ **Solution**:

Pour tracer d_1, il faut déterminer les coordonnées de deux points de d_1 ou bien de un point et un vecteur directeur.

d_1 a pour équation $x-2y+2=0$
donc $\overrightarrow{v}(2;1)$ est un vecteur directeur de d_1
$B(0;y_B)\in d_1$
$\Longleftrightarrow 0-2y_B+2=0$
$\Longleftrightarrow y_B=1$ donc $B(0;1)\in d_1$
Voir graphique

2. Déterminer une équation cartésienne de la droite d_2 passant par R et de vecteur directeur $\overrightarrow{u}(-1;2)$ puis la tracer dans le repère.

☛ **Solution**:

Soit $M(x;y)$ un point de d_2

$$\begin{cases} x_{\overrightarrow{RM}}=x_M-x_R=x-3 \\ y_{\overrightarrow{RM}}=y_M-y_R=y-(-2)=y+2 \end{cases}$$

donc $\overrightarrow{RM}(x-3;y+2)$
$M\in d_2$
$\Longleftrightarrow \overrightarrow{RM}$ et $\overrightarrow{u}$ colinéaires
$\Longleftrightarrow x_{\overrightarrow{RM}}y_{\overrightarrow{u}}-y_{\overrightarrow{RM}}x_{\overrightarrow{u}}=0$
$\Longleftrightarrow (x-3)\times 2-(y+2)\times(-1)=0$
$\Longleftrightarrow 2x-6+y+2=0$
$\Longleftrightarrow 2x+y-4=0$

Une équation cartésienne de d_2 est $2x+y-4=0$

3. Déterminer une équation de la droite d_3 parallèle à d_1 passant par T puis la tracer dans le repère.

☛ **Solution**:

$\overrightarrow{v}(2;1)$ est une vecteur directeur de d_1 donc de d_3
Soit $M(x;y)$ un point de d_3

$$\begin{cases} x_{\overrightarrow{TM}}=x_M-x_T=x+1 \\ y_{\overrightarrow{TM}}=y_M-y_T=y-2 \end{cases}$$

donc $\overrightarrow{TM}(x+1;y-2)$
$M\in d_3$
$\Longleftrightarrow \overrightarrow{TM}$ et $\overrightarrow{v}$ colinéaires
$\Longleftrightarrow x_{\overrightarrow{TM}}y_{\overrightarrow{v}}-y_{\overrightarrow{TM}}x_{\overrightarrow{v}}=0$
$\Longleftrightarrow (x+1)\times 1-(y-2)\times 2=0$
$\Longleftrightarrow x+1-2y+4=0$
$\Longleftrightarrow x-2y+5=0$

$$\boxed{\text{Une équation cartésienne de } d_3 \text{ est } x - 2y + 5 = 0}$$

Remarque : En utilisant le lien entre les coordonnées d'un vecteur directeur et les coefficients a et b de l'équation $ax + by + c = 0$

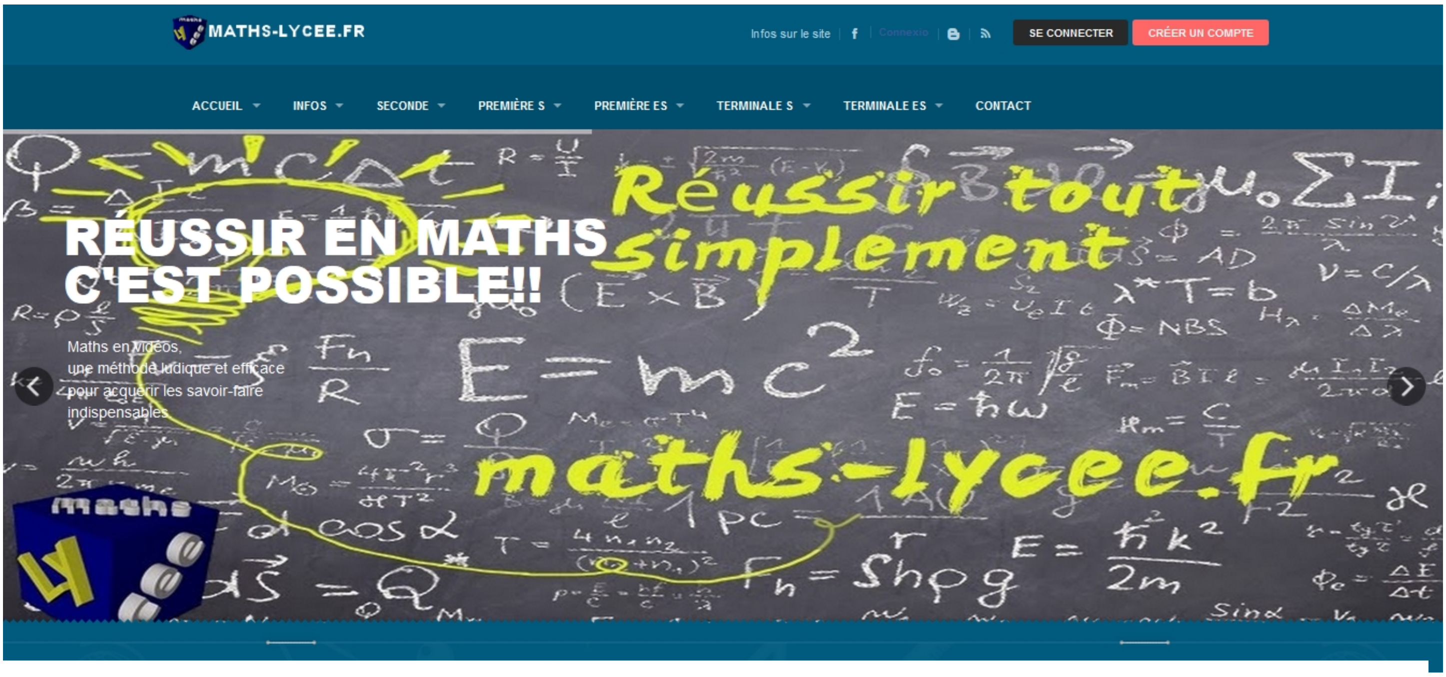
$\overrightarrow{v}(2;1)$ est un vecteur directeur de d_1 donc de d_3

d_3 admet une équation cartésienne de la forme $x - 2y + c = 0$

$T \in d_3 \Longleftrightarrow x_T - 2y_T + c = 0 \Longleftrightarrow -1 - 4 + c = 0 \Longleftrightarrow c = 5$

4. Justifier que les droites d_2 et d_3 sont sécantes puis déterminer les coordonnées du point d'intersection D de d_2 et d_3.

☛ **Solution**:



5. Calculer les coordonnées du milieu A de $[RT]$

☛ **Solution**:

$$\begin{cases} x_A = \dfrac{x_R + x_T}{2} = \dfrac{3 + (-1)}{2} = 1 \\ y_A = \dfrac{y_R + y_T}{2} = \dfrac{-2 + 2}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{A(1;0)}$$

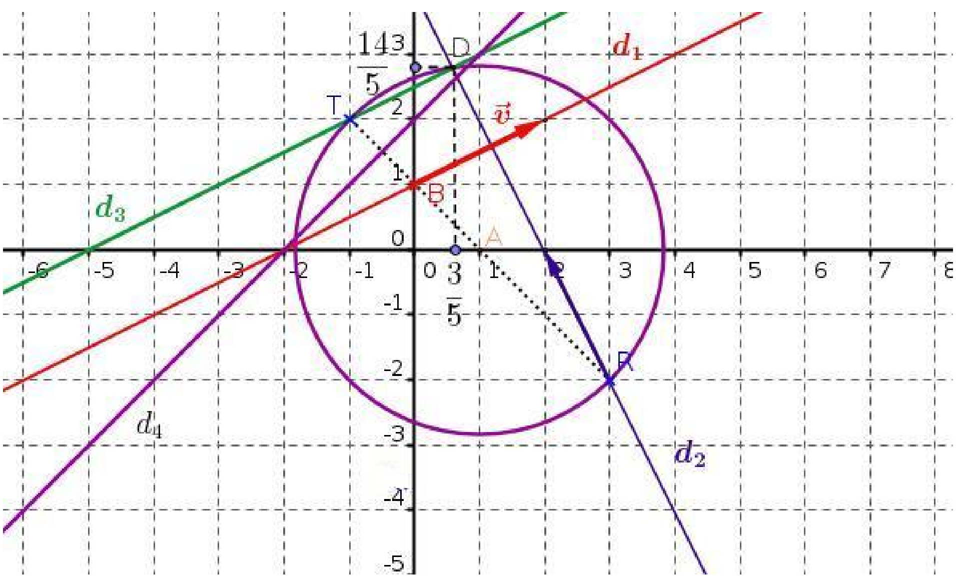
6. $\mathcal{C}$ est le le cercle de centre A et de rayon AR

a) Vérifier que $AR = 2\sqrt{2}$.

b) Soit $M(x;y)$ un point $\mathcal{C}$, montrer que les coordonnées de M vérifient l'équation $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 8$

☛ **Solution**:

c) Soit d_4 la droite d'équation réduite $y = x + 2$.
Déterminer le nombre de points d'intersection du cercle $\mathcal{C}$ et de la droite d_4.
Tracer d_4 et le cercle $\mathcal{C}$ dans le repère.



Exercice 2 *(6 points)*

ABC est un triangle.
Le point D est défini par la relation $\overrightarrow{BD} = 4\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$
et le point E est le symétrique de A par rapport à B
Montrer que (BD) et (CE) sont parallèles.

☛ **Solution**: