

Voir le corrigé

1 Présentation de données avec un tableau à double entrée

Une entreprise fabrique des pièces en utilisant deux machines A et B La machine A produit 60% des pièces et 6% des pièces provenant de la machine A sont défectueuses 11% des pièces provenant de la machine B sont défectueuses. L’usine produit 1000 pièces par jour et on tire au hasard une pièce dans la production de la journée.(on suppose que tous les tirages sont équiprobables) On note les événements :

A : « La pièce provient de la machine A » et D : « la pièce est défectueuse »

- 1. Quel est l’événement $\overline{A}$? Donner sa probabilité
- 2. Compléter le tableau :

	D	$\overline{D}$	Total
A			
$\overline{A}$			
Total			

- 3. Quelle est la probabilité que la pièce provienne de A sachant qu’elle a un défaut ?
- 4. Comment peut-on noter les trois données de l’énoncé ?
- 5. Calculer $p(A \cap D)$

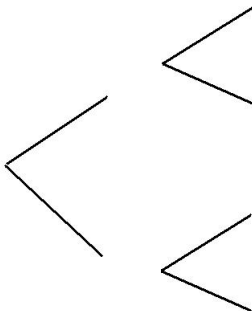
Définition : Probabilité conditionnelle
Si $p(A) \neq 0$, la probabilité conditionnelle de B sachant que A est réalisé notée $p_A(B)$ et on a :
$$p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$$

soit encore $p(A \cap B) = p(A) \times p_A(B)$

- 6. Que signifie alors $p_B(\overline{D})$?
Déterminer alors $p_B(\overline{D})$

2 Présentation des données avec un arbre pondéré

En utilisant les données de l’énoncé précédent, compléter l’arbre pondéré ci-dessous. (les coefficients sur les branches de l’arbre sont les probabilités correspondant aux différents événements de l’arbre)



Calculer alors (sans utiliser le tableau) $p(A \cap D)$, $p(B \cap D)$ puis $p(D)$

Voir le texte de l'exercice

1.Présentation de données avec un tableau à double entrée

1. Quel est l'événement $\overline{A}$? Donner sa probabilité

☛ **Solution:**

$\overline{A}$ est l'événement : « La pièce ne provient pas de A » c'est à dire « la pièce provient de B »
 $p(\overline{A}) = 1 - p(A) = 1 - \frac{60}{100} = 0,4$

2. Compléter le tableau :

☛ **Solution:**

	D	$\overline{D}$	Total
A	36	564	600
$\overline{A}$	44	356	400
Total	80	920	1000

$60\% \text{ de } 100 : \frac{60}{100} \times 1000 = 600$
 $6\% \text{ de } 600 : \frac{6}{100} \times 600 = 36$
 $11\% \text{ de } 400 : \frac{11}{100} \times 400 = 44$

3. Quelle est la probabilité que la pièce provienne de A sachant qu'elle a un défaut ?

☛ **Solution:**

On sait que la pièce a un défaut donc on choisit une pièce parmi les 80 ayant un défaut.
La probabilité que la pièce provienne de A est alors $\frac{36}{80} = \frac{9}{20} = 0,45$
On note $p_D(A)$ et on lit **probabilité de A sachant D**.

4. Comment peut-on noter les trois données de l'énoncé ?

☛ **Solution:**

60% des pièces proviennent de A : $p(A) = \frac{60}{100} = 0,6$
6% des pièces de A sont défectueuses : $p_A(D) = \frac{6}{100} = 0,06$
11% des pièces de B sont défectueuses : $p_B(D) = \frac{11}{100} = 0,11$

5. Calculer $p(A \cap D)$

☛ **Solution:**

$A \cap D$: « La pièce provient de A **et** est défectueuse »
 $p(A \cap D) = \frac{36}{1000} = 0,036$ soit 6% de 60%
On a donc $p(A \cap D) = \frac{60}{100} \times \frac{6}{100} = p(A) \times p_A(D)$

Définition : Probabilité conditionnelle

Si $p(A) \neq 0$, la probabilité conditionnelle de B sachant que A est réalisé notée $p_A(B)$ et on a :

$$p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$$

soit encore $p(A \cap B) = p(A) \times p_A(B)$

6. Que signifie alors $p_B(\overline{D})$?
Déterminer alors $p_B(\overline{D})$

☛ **Solution:**

$p_B(\overline{D})$ est la probabilité que la pièce ne soit pas défectueuse sachant qu'elle provient de la machine B .

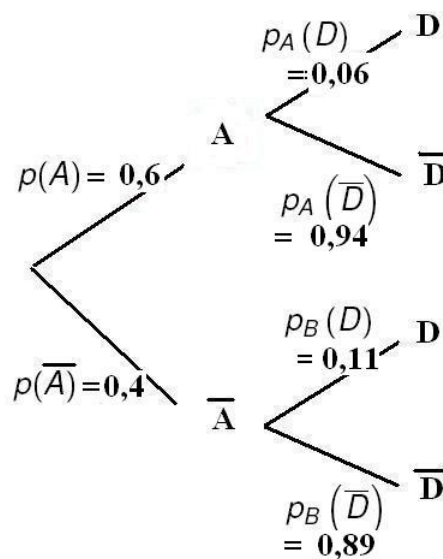
$$p_B(\overline{D}) = \frac{356}{400} = 0,89$$

2. Présentation des données avec un arbre pondéré

En utilisant les données de l'énoncé précédent, compléter l'arbre pondéré ci-dessous. (les coefficients sur les branches de l'arbre sont les probabilités correspondant aux différents événements de l'arbre)

☛ **Solution:**

On a vu que $p(A) = \frac{60}{100} = 0,6$, $p_A(D) = \frac{6}{100} = 0,06$ et $p_B(D) = \frac{11}{100} = 0,11$



Remarque :

L'événement « La pièce est défectueuse sachant qu'elle provient de A » est le contraire de « La pièce n'est pas défectueuse sachant qu'elle provient de A » donc : $p_A(\overline{D}) = 1 - p_A(D) = 1 - 0,06 = 0,94$

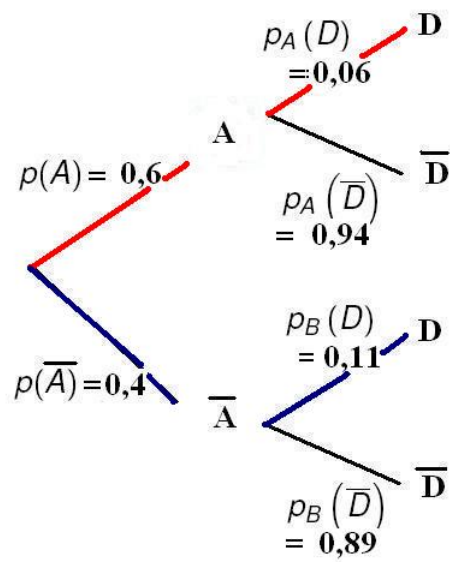
1. Calculer alors (sans utiliser le tableau) $p(A \cap D)$, $p(B \cap D)$ puis $p(D)$

☛ **Solution:**

$$p(A \cap D) = p(A) \times p_A(D) = 0,6 \times 0,06 = 0,036$$

$$p(B \cap D) = p(B) \times p_B(D) = 0,4 \times 0,11 = 0,044$$

On peut faire les deux parcours suivants sur l'arbre :



Tous les cas sont représentés et aucun cas n'est compté « deux fois »

$$p(D) = p(A \cap D) + p(B \cap D) = 0,036 + 0,044 = 0,080$$

C'est la « **formule des probabilités totales** »